

SOAL & PEMBAHASAN DISTRIBUSI NORMAL

Disusun Untuk Memenuhi Salah Satu Tugas Mata Kuliah
PENGANTAR TEORI PELUANG

Dosen :
Ir. Agus Purwoto, M.Si



KELAS I - D

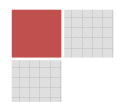
Disusun Oleh :

RASYID RIDHA
NIM. 10.6428

SEKOLAH TINGGI ILMU STATISTIK
JAKARTA
2011

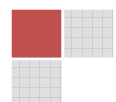
SOAL !

- $X \approx N(65; 36)$. Hitung:
 - $P(X = 36)$
 - $P(X > 70)$
 - $P(X < 50)$
 - $P(55 < X < 72)$
 - $P(|X - \mu| \leq 9)$
- Y mengikuti $N(10; \sigma^2)$ dan $P(Y \geq 12) = 0,1587$. Berapakah kemungkinannya variabel Y terletak dalam interval $(9, 11)$?
- Ada 2 prosedur menyiapkan sebuah pesawat pemburu untuk take off. Cara pertama memerlukan waktu rata - rata 24 menit dengan standard deviasi 5 menit, sedang cara kedua memerlukan rata - rata 24 menit dengan standard deviasi 2 menit. Dengan anggapan distribusi Normal, maka jika waktu yang tersedia hanya 20 menit, cara mana yang lebih baik ?
- Sebuah pabrik peluru, menghasilkan satu macam peluru dari suatu senjata. Peluru yang memenuhi syarat yaitu yang mempunyai berat $(50 \pm 0,5)$ gram. Dari hasil penelitian ternyata berat peluru yang dihasilkan rata - rata 49,8 gram dengan standard deviasi 0,20 gram. Dengan menganggap distribusi Normal terhadap berat peluru, maka tentukan :
 - Kemungkinan, bahwa 1 peluru yang diambil secara random akan memenuhi syarat ?
 - Jika kita memilih 1 peluru secara random, berapa persen kemungkinannya bahwa peluru tersebut tidak memenuhi syarat ?
 - Jika kita memilih 1 peluru secara random, berapa persen kemungkinannya bahwa peluru tersebut akan mempunyai berat lebih dari 49,6 gram ?
- Sebuah pabrik pipa air menghasilkan pipa - pipa dari ukuran panjang 6 meter. Dari pengukuran secara teliti ternyata pipa yang dihasilkan mempunyai panjang rata - rata 599,5 cm. Dengan standard deviasi 0,5 cm. Ukuran pipa yang memenuhi syarat yaitu paling pendek 599 cm dan paling panjang 601 cm. Kita mengambil secara sembarang satu pipa, maka berapa kemungkinannya pipa tersebut :
 - Mempunyai panjang tidak lebih dari 600 cm
 - Memenuhi syarat
 - Tidak memenuhi syarat
 - Mempunyai panjang kurang dari 599 cm
 - Mempunyai panjang lebih dari 599 cm
 - Mempunyai panjang lebih dari 601 cm



6. Untuk lebih menjamin penerangan jalan – jalan maka oleh Pemerintah DKI telah direncanakan untuk menambah pemasangan lampu sebanyak 5000 lampu yang akan di pasang pada tanggal 1 Agustus 2009. Jika dianggap, bahwa distribusi lamanya berfungsi lampu tersebut memenuhi normal dengan rata – rata 500 hari dan standard deviasi 30 hari, maka pada tanggal 31 Agustus 2010 kurang lebih terdapat berapa lampu harus diganti ?

7. Berdasarkan fit and proper test Pemerintah Negara “AXE” secara resmi akan menutup sejumlah Bank Swasta Nasional yang buruk dalam rangka restrukturisasi perbankan untuk memulihkan perekonomiannya. Hasil survei Bank Pemerintah Malaysia menunjukkan bahwa rata – rata Capital Adequacy Ratio (CAR) Bank Swasta Nasional yang ada adalah 15% dengan simpangan baku 25%, dan nilai CAR tersebut mengikuti distribusi normal. Jika jumlah Bank Swasta Nasional sesuai dengan hasil due diligence di negara itu adalah 200 Bank. Tentukan :
 - a. Bila mayoritas Bank yang akan dilikuidasi (ditutup) adalah Bank yang nilai CAR nya antara 3,5% s.d. 10%, berapakah jumlah Bank yang akan ditutup ?
 - b. Bila Bank yang sehat (non-recapitalization bank) adalah Bank yang nilai CAR nya diatas 25%, berapakah jumlah Bank yang masuk dalam kategori sehat ?
 - c. Bank dengan nilai CAR antara 10% s/d 15% adalah Bank yang akan diambil alih kepemilikannya oleh Pemerintah (Bank Take Over). Menurut Saudara berapakah jumlah Bank dalam kategori BTO ini ?



Pembahasan !

1. Dik :

$$X \approx N(65; 36)$$

$$\mu = 65$$

$$\sigma = 6$$

a. $P(X = 36)$

$$P(X = 36) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{36 - 65}{6}\right) = P(Z = -4,83) = 0 \text{ (karena berupa titik, bukan luas)}$$

b. $P(X > 70)$

$$P(X > 70) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \geq \frac{70 - 65}{6}\right) = P(Z \geq 0,83)$$

Dengan menggunakan Tabel Z, diperoleh

$$P(Z \geq 0,83) = 0,5 - 0,2967 = 0,2033$$

c. $P(X < 50)$

$$P(X < 50) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{50 - 65}{6}\right) = P(Z \leq -2,5)$$

Dengan menggunakan Tabel Z, diperoleh

$$P(Z \leq -2,5) = 0,5 - 0,4938 = 0,0062$$

d. $P(55 < X < 72)$

$$P(55 < X < 72) = P\left(\frac{55 - 65}{6} \leq \frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{72 - 65}{6}\right) = P(-1,67 \leq Z \leq 1,17)$$

Dengan menggunakan Tabel Z, diperoleh

$$P(-1,67 \leq Z \leq 1,17) = 0,4525 + 0,3790 = 0,8315$$

e. $P(|X - \mu| \leq 9)$

$$P(-9 \leq x - \mu \leq 9) = P\left(-\frac{9}{6} < z < \frac{9}{6}\right)$$

$$P(-1,5 < z < 1,5)$$

Dengan menggunakan Tabel Z, diperoleh

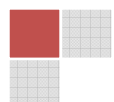
$$P(-1,5 < z < 1,5) = 0,4332 + 0,4332 = 0,8664$$

2. Dik :

$$Y \approx N(10; \sigma^2) \text{ dan } P(Y \geq 12) = 0,1587$$

$$P\left(\frac{y - \mu}{\sigma} \geq \frac{12 - \mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \geq \frac{12 - 10}{\sigma}\right) = P\left(Z \geq \frac{2}{\sigma}\right) = 0,1587$$

Dengan menggunakan tabel Z dan permisalan bahwa R adalah nilai dari $P\left(0 \leq Z \leq \frac{2}{\sigma}\right)$, maka



$$P\left(Z \geq \frac{2}{\sigma}\right) = 0,5 - R$$

$$R = 0,5 - 0,1587 = 0,3413 \text{ (dengan menggunakan Tabel Z, } R = 1)$$

$$1 = \frac{2}{\sigma} \rightarrow \sigma = 2$$

Maka

$$\begin{aligned} P(9 < Y < 11) &= P\left(\frac{9-10}{2} < \frac{y-\mu}{\sigma} < \frac{11-10}{2}\right) \\ &= P(-0,5 < Z < 0,5) \\ &= 0,1915 + 0,1915 \\ &= 0,3830 \end{aligned}$$

3. Diketahui :

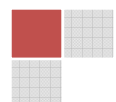
$$\mu_1 = 24; \sigma^2 = 25 \quad x_1 \approx N(24; 25)$$

$$\mu_2 = 24; \sigma^2 = 4 \quad x_2 \approx N(24; 4)$$

$$\begin{aligned} \text{a. } P_1(x \leq 20) &= P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} < \frac{20-24}{5}\right) \\ &= P(z < -0,8) \\ &= 0,5 - 0,2881 \\ &= 0,2119 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } P_2(x \leq 20) &= P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} < \frac{20-24}{2}\right) \\ &= P(z < -2) \\ &= 0,5 - 0,4772 \\ &= 0,0228 \end{aligned}$$

Jadi, cara terbaik menurut perhitungannya adalah prosedur 1 karena peluangnya lebih besar



4. Dik :

$$\mu = 49,8$$

$$\sigma = 0,20$$

X menyatakan berat peluru

Peluru memenuhi syarat mempunyai berat ($49,5 \leq X \leq 50,5$)

a. Satu peluru yang diambil secara random akan memenuhi syarat

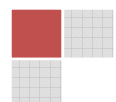
$$\begin{aligned} P(49,5 \leq Z \leq 50,5) &= P\left(\frac{49,5 - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{50,5 - \mu}{\sigma}\right) \\ &= P\left(\frac{49,5 - 49,8}{0,20} \leq Z \leq \frac{50,5 - 49,8}{0,20}\right) \\ &= P(-1,5 \leq Z \leq 3,5) \\ &= 0,4332 + 0,4998 \\ &= 0,9330 \end{aligned}$$

b. Satu peluru yang diambil secara random tidak memenuhi syarat

$$\begin{aligned} 1 - P(49,5 \leq X \leq 50,5) &= 1 - 0,993 \\ &= 0,067 \\ &= 6,7\% \end{aligned}$$

c. Mempunyai berat lebih dari 49,6 gram

$$\begin{aligned} P(X > 49,6) &= P\left(Z > \frac{49,6 - 49,8}{0,20}\right) \\ &= P(Z > -1) \\ &= 0,3413 + 0,5 \\ &= 0,8413 \\ &= 84,13\% \end{aligned}$$



5. Dik :

$$\mu = 599.5 \text{ cm}$$

$$\sigma = 0.5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{a. } P(X < 600) &= P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} < \frac{600-599.5}{0.5}\right) \\ &= P(Z < 1) \\ &= 0.5 + 0.3413 \\ &= 0.8413 \end{aligned}$$

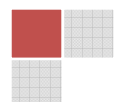
$$\begin{aligned} \text{b. } P(599 \leq X \leq 601) &= P\left(\frac{599-599.5}{0.5} \leq \frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{601-599.5}{0.5}\right) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 3) \\ &= 0.3413 + 0.4987 \\ &= 0.8400 \end{aligned}$$

c. P(X tidak memenuhi syarat)

$$\begin{aligned} &= 1 - P(599 \leq X \leq 601) \\ &= 1 - P\left(\frac{599-599.5}{0.5} \leq \frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{601-599.5}{0.5}\right) \\ &= 1 - P(-1 \leq Z \leq 3) \\ &= 1 - (0.3413 + 0.4987) \\ &= 1 - 0.8400 \\ &= 0.16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } P(X < 599) &= P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} < \frac{599-599.5}{0.5}\right) \\ &= P(Z < -1) \\ &= 0.5 - 0.3413 \\ &= 0.1587 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } P(X > 599) &= P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} > \frac{599-599.5}{0.5}\right) \\ &= P(Z > -1) \\ &= 0.5 + 0.3413 \\ &= 0.8413 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{f. } P(X > 601) &= P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{601 - 599.5}{0.5}\right) \\
 &= P(Z > 3) \\
 &= 0.5 - 0.4987 \\
 &= 0.0013
 \end{aligned}$$

6. Dik :

$$\mu = 500 \text{ hari}$$

$$\sigma = 30 \text{ hari}$$

Dit:

$$P(X \leq 395)$$

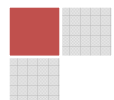
$$P(X \leq 395) = P\left(Z \leq \frac{395 - 500}{30}\right)$$

$$= P(Z \leq -3.5)$$

$$= 0.5 - 0.4998$$

$$= 0.0002$$

Jadi, lampu yang harus adalah sebanyak $0,0002 \times 5000 = 1$ buah.



7. Dik :

$$\mu = 15 \% = 0.15$$

$$\sigma = 25\% = 0.25$$

$$\begin{aligned} \text{a. } P(0.035 \leq X \leq 0.1) &= P\left(\frac{0.035-0.15}{0.25} \leq Z \leq \frac{0.1-0.15}{0.25}\right) \\ &= P(-0.046 \leq Z \leq -0.2) \\ &= 0.1772 + 0.0793 \\ &= 0.0979 \end{aligned}$$

Jumlah Bank yang akan dilikuidasi adalah $0,0979 \times 200 = 19,58$ atau dalam artian sekitar 19 - 20 Bank akan dilikuidasi

$$\begin{aligned} \text{b. } P(X \leq 0.25) &= P\left(Z \leq \frac{0.25-0.15}{0.25}\right) \\ &= P(z \leq 0.4) \\ &= 0.5 - 0.1554 \\ &= 0.3446 \end{aligned}$$

Jumlah Bank yang dikategorikan sehat sejumlah $0,3446 \times 200 = 68,92$ atau dalam artian sekitar 68 - 69 Bank yang dikategorikan sehat

$$\begin{aligned} \text{c. } P(0.1 \leq X \leq 0.15) &= P\left(\frac{0.1-0.15}{0.25} \leq Z \leq \frac{0.15-0.15}{0.25}\right) \\ &= P(-0.2 \leq Z \leq 0) \\ &= 0.1772 + 0.0793 \\ &= 0.0793 \end{aligned}$$

Jumlah Bank yang akan Take Over (*Bank Take Over*) sebanyak $0,0793 \times 200 = 15,86$ atau dalam artian 15 - 16 Bank akan mengalami BTO (*Bank Take Over*)

