



BENTUK TAK TENTU

Tim Dosen Pengajar Kalkulus 1

Bentuk-Bentuk Tak Tentu

- Pengertian limit mengatakan bahwa $\lim_{x \rightarrow u} f(x) = L$ berarti nilai $f(x)$ dapat dibuat sebarang dekat ke L apabila x cukup dekat ke u .
- Banyak limit yang tidak mudah untuk ditentukan nilainya. Tinjau bentuk limit berikut

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6} = \frac{0}{0} \quad (\text{salah})$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)}{(x+2)} = \frac{6}{5}$$

Bentuk tak tentu $0/0$

- ▣ Aturan *l'Hopital* dipakai untuk menghitung bentuk limit-limit tersebut.
- ▣ Sebuah limit yang melibatkan pembagian dari dua fungsi disebut limit bertipe $0/0$ jika pembagi dan pembilangnya mempunyai limit sama dengan 0.

Aturan *L'Hopital* untuk bentuk 0/0

▣ Theorema

Andaikan $\lim_{x \rightarrow u} f(x) = \lim_{x \rightarrow u} g(x) = 0$.

Apabila $\lim_{x \rightarrow u} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ ada , baik terhingga atau tak terhingga, maka $\lim_{x \rightarrow u} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow u} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Contoh: Carilah nilai limit berikut:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\ln(1+x)}$$

Bentuk tak tentu ∞/∞

▣ Theorema

Andaikan $\lim_{x \rightarrow u} |f(x)| = \lim_{x \rightarrow u} |g(x)| = \infty$.

Apabila $\lim_{x \rightarrow u} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ ada , baik terhingga atau tak terhingga, maka $\lim_{x \rightarrow u} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow u} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Contoh: Carilah nilai limit berikut:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow} \frac{\sec x}{1 + \tan x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$$

Bentuk tak tentu lainnya

- Bentuk tak tentu lainnya adalah bentuk $\infty - \infty$, $0 \times \infty$. Untuk bentuk ini ubah dalam bentuk ∞/∞ atau $0/0$, sehingga dapat kita selesaikan dengan aturan *L'Hopital*.
- Contoh
Carilah nilai limit dari:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$$

Bentuk tak tentu lainnya

- Bentuk tak tentu lainnya lagi adalah bentuk $0^0, \infty^0, 1^\infty$. Limit-limit dari bentuk ini dapat diselesaikan dengan melakukan logaritma sebelum menggunakan aturan *L'Hopital*.
- Tahap-tahapnya sebagai berikut:
 1. Misal $y = f(x)^{g(x)}$
 2. Logaritmakan kedua ruas, $\ln y = \ln f(x)^{g(x)} = g(x) \ln f(x)$
 3. Carilah $\lim_{x \rightarrow c} \ln y$, jika ada
 4. Jika nilai $\lim_{x \rightarrow c} \ln y = L$, maka $\lim_{x \rightarrow c} y = e^L$

▣ Contoh.

Carilah nilai limit berikut:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x+1)^{\operatorname{ctg} x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$$