

PROBABILITAS / PELUANG

SMU #2 – SEM. GANJIL

I. KAIDAH PENCACAHAN (COUNTING RULES)

Dalam kehidupan kita sering kita jumpai masalah-masalah yang timbul, seperti :

- 2 celana ; biru dan hitam, 3 baju ; merah, kuning, dan hijau. Berapa banyak pasangan warna baju dan celana yang dapat dibentuk ?
- Huruf A, B, C akan dibentuk susunan yang terdiri 3 huruf. Berapa banyak susunan yang dapat terjadi ?

Masalah-masalah itu dapat diselesaikan dengan metode pencacahan.

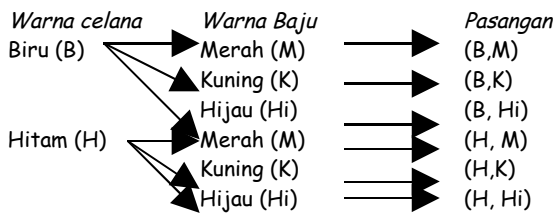
Dalam kaidah *Counting Rules*, ada yang diselesaikan dengan metode :

- Aturan Pengisian Tempat (*Filling Slot*)
- Permutasi
- Kombinasi

A. ATURAN PENGISIAN TEMPAT (FILLING SLOT)

Dengan menggunakan contoh pertama, 2 celana; biru dan hitam, 3 baju; merah, kuning, hijau, dapat diselesaikan dengan 2 metode :

1 Model Diagram Pohon



Jadi ada 6 pasangan kemungkinan.

2 Model Tabel Silang

	Merah	Kuning	Hijau
Biru	(B,M)	(B,K)	(B,Hi)
Hitam	(H,M)	(H,K)	(H,Hi)

3 Model Pasangan Terurut

{(B,M), (B,K), (B,Hi), (H,M), (H,K), (H,Hi)}

KESIMPULAN :

Jika ada n buah tempat yang disediakan, dengan :

T_1 = banyaknya cara mengisi tempat I

T_2 = Banyaknya cara mengisi tempat II

T_n = banyaknya cara mengisi tempat ke - n

Maka " *banyaknya cara untuk mengisi n buah tempat yang tersedia = $T_1 \times T_2 \times \dots \times T_n$* "

Contoh soal :

- Dari kota Semarang menuju Bandung, ada 2 jalan alternatif, Bandung menuju Jakarta ada 3 jalan alternatif. Berapa banyaknya jalan yang dapat ditempuh ke daratan dari Semarang menuju Jakarta melalui Bandung ?

Jwb : Smg \rightarrow Bandung = 2 jalan, Bandung \rightarrow Jkt = 3 jalan.
Jadi Smg \rightarrow Jkt ada $2 \times 3 = 6$ jalan alternatif yang dapat ditempuh.

- Menyusun huruf H,U,M,O,R ada berapa cara jika :

- huruf I harus huruf vokal ?
- huruf I harus huruf konsonan ?

Jawab :

- Ada 2 cara untuk huruf I (U atau O)
ada 4 cara untuk huruf II
(mis. huruf I = U, huruf II = H,M,O,R)

ada 3 cara untuk huruf III (yaitu H,M,O)

ada 2 cara untuk huruf IV (yaitu H,O)

ada 1 cara untuk huruf V (yaitu H)

Jadi ada $2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 48$ cara.

- Ada 3 cara huruf I (H,M,R)
ada 4 cara huruf II
(mis huruf I = M, huruf II = H,U,R,O)
ada 3 cara untuk huruf III (yaitu U,R,O)
ada 2 cara untuk huruf IV (yaitu U,R)
ada 1 cara untuk huruf V (R)
Jadi ada $3 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 72$ cara.

- Sebagai latihan, jika angka 0,1,2,3, hendak disusun menjadi 3 angka (ratusan, puluhan, satuan), ada berapa banyaknya bilangan dapat disusun jika :

- angka – angka tersebut boleh berulang ?
- angka – angka tersebut tidak boleh berulang ?

Jawab : a. 48 bilangan b. 18 bilangan.

B. PERMUTASI

Notasi Faktorial :

$N! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (N-2) \times (N-1) \times N$
Di mana $N \in$ Bilangan Asli.

Contoh : $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

Ingat :
 $0! = 1$
 $1! = 1$

B.1. PERMUTASI DARI UNSUR - UNSUR YANG BERBEDA

Bila dari 3 unsur yang berbeda mis. A,B,C akan disusun 2 unsur, mis. AB, BA, AC, CA, dan CB kita katakan Permutasi 2 unsur 3 unsur tersedia yang berbeda.

Jadi " Permutasi r unsur yang diambil dari n unsur yang tersedia adalah susunan dari r unsur dalam suatu urutan ($r \leq n$) "

Notasi Permutasi : ${}_n P_r$ atau ${}^n P_r$ atau $P(n,r)$

Rumus : ${}_n P_n = n!$ ${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

Contoh soal :

- Berapakah nilai dari : a). ${}_4 P_2$ dan b). ${}_6 P_4$?

$$\frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12$$

Jwb : a).

$$\frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 360$$

- Berapa banyak susunan yang terdiri dari 4 huruf yang diambil dari huruf-huruf S,E,M,P,R,U,L ?

Jwb : ${}_7 P_4 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 840$

- Berapa banyak bilangan yang terdiri dari 3 angka yang disusun dari angka 1 s.d. 5 ?

Jwb : 60 bilangan.

B.2. PERMUTASI DARI UNSUR - UNSUR YANG SAMA

- Banyaknya Permutasi n unsur yang memuat k unsur yang

sama dengan $0 < k \leq n$ adalah $\frac{n!}{k!}$

Contoh :

Hitung banyaknya permutasi dari A,A,B !

$$\text{Jwb : } P = \frac{3!}{2!} = 3$$

2. Banyaknya permutasi dari n unsur yang memuat k unsur yang sama, l unsur yang sama, m unsur yang sama adalah

$$P = \frac{n!}{k!l!m!}$$

Contoh :

Hitung banyaknya permutasi dari 8 unsur yang memuat huruf T,E,G,A,L,E,G,A!

$$\text{Jwb : } P = \frac{8!}{2!2!2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!2!2!} = 252$$

B.3. PERMUTASI SIKLIS / MELINGKAR

Jika ada n unsur yang berbeda, banyaknya permutasi siklis (P siklis) = $P_{\text{siklis}} = (n-1)!$

Contoh :

Ada 4 orang yaitu A,B,C dan D menempati 4 kursi pada meja bundar. Berapa macam susunan yang dapat terjadi ?

$$\text{Jwb : } P_{\text{siklis}} = (4-1)! = 3! = 6 \text{ susunan.}$$

" Pada Permutasi, susunan yang terjadi sangat mengutamakan urutan !! "

Jadi misalnya dari 4 orang akan dipilih dengan urutan: Ketua, sekretaris, dan bendahara. Jika disebutkan yang terpilih adalah A,C,D artinya A menjadi Ketua, C menjadi sekretaris, dan D menjadi bendahara.

C. KOMBINASI

Definisi :

Suatu kombinasi r unsur yang diambil dari n unsur yang tersedia adalah suatu pilihan untuk r unsur tanpa memperhatikan urutannya dengan $0 \leq r \leq n$.

Notasi Kombinasi : ${}_nC_r$ atau $C(n,r)$

$$\text{Rumus : } {}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ atau } {}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Contoh :

- 1). Hitung nilai dari ${}_4C_2!$

$$\text{Jwb : } {}_4C_2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

- 2). Berapa banyak cara memilih 3 huruf yang diambil dari huruf S,O,F,I,A,T,U,N ?

$$\text{Jwb : } {}_8C_3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3!5!} = 56 \text{ cara}$$

Bandingkan dengan soal di atas dengan Permutasi Unsur yang Berbeda! Adakah perbedaannya ?

- 3). Ada 12 orang, terdiri dari 7 wanita dan 5 pria. Dari 12 orang akan ditentukan delegasi yang terdiri dari 4 orang. Berapa banyak cara untuk memilih delegasi sebanyak 4 orang jika :

- semua orang mempunyai hak yang sama untuk dipilih ?
- Delegasi terdiri 2 wanita dan 2 pria ?

Jawab :

a. Dari 12 orang, dipilih 4 orang berarti: ${}_{12}C_4 = \frac{12!}{4!(12-4)!} = \frac{12!}{4!8!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{4!8!} = 495$

b. Untuk memilih 2 pria dari 5 orang pria yang ada :

$${}_5C_2 = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = 10 \text{ cara}$$

Untuk memilih 2 wanita dari 7 wanita yang ada

$${}_7C_2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2!5!} = 21 \text{ cara}$$

Jadi banyaknya cara memilih delegasi yang terdiri dari 4 orang (2 pria dan 2 wanita) yaitu ${}_5C_2 \times {}_7C_2 = 10 \times 21 = 210$ cara !!

II. BINOM NEWTON

A. PENJABARAN BINOM DENGAN SEGITIGA PASCAL

Untuk a & $b \neq 0$, $(a + b)^n = \dots$ berlaku :

$$\begin{aligned} n = 1 &\rightarrow (a + b)^1 = (1) a^1 b^0 + a^0 b^1 \\ n = 2 &\rightarrow (a + b)^2 = (1) a^2 b^0 + (2) a^1 b^1 + (1) a^0 b^2 \\ &= a^2 + 2 ab + b^2 \\ n = 3 &\rightarrow (a + b)^3 = (1) a^3 b^0 + (3) a^2 b^1 + (3) a^1 b^2 + (1) a^0 b^3 \\ &= a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3 \end{aligned}$$

Koefisien-koefisien di atas dapat kita telusuri dengan menggunakan Segitiga Pascal yang telah kita pelajari di SLTP. Adapun bentuk Segitiga Pascal tersebut yaitu :

$$\begin{array}{ccccccc} n = 1 & & & & & & \\ & & & & 1 & & 1 \\ n = 2 & & & & 1 & & 2 & & 1 \\ n = 3 & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ n = 4 & & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \end{array}$$

Contoh : Jabarkanlah $(2x + 3y)^3!$

$$\begin{aligned} \text{Jawab : } a &= 2x, b = 3y, n = 3 \\ &= 1.(2x)^3.(3y)^0 + 3.(2x)^2.(3y)^1 + 3.(2x)^1.(3y)^2 + 1.(2x)^0.(3y)^3 \\ &= 8x^3 + 36 x^2 y + 54 xy^2 + 27 y^3 \end{aligned}$$

Sebagai latihan, jabarkanlah $(2a - 3b)^5!$

B. PENJABARAN BINOM DENGAN NOTASI KOMBINASI

Dari Segitiga pascal yang diterangkan di atas, penjabaran Binom dengan Notasi Kombinasi melalui pola atau aturan sebagai berikut :

$$\begin{array}{ccccccc} n = 1 & & & & & & \\ & & & & {}_1C_0 & & {}_1C_1 \\ n = 2 & & & & {}_2C_0 & & {}_2C_1 & & {}_2C_2 \\ n = 3 & & & & {}_3C_0 & & {}_3C_1 & & {}_3C_2 & & {}_3C_3 \\ n = 4 & & & & {}_4C_0 & & {}_4C_1 & & {}_4C_2 & & {}_4C_3 & & {}_4C_4 \end{array}$$

Dari penjabaran melalui notasi kombinasi di atas, dapat kita simpulkan :

$$(a+b)^n = \sum_{i=0}^n {}_nC_i \cdot a^{n-i} \cdot b^i$$

Iniilah yang kita sebut Bentuk Umum Penjabaran Binom Newton / Ekspansi Binomial.

Contoh :

Jabarkanlah $(x - 2y)^3$ dengan menggunakan Notasi Kombinasi !

$$\begin{aligned} \text{Jawab : } a &= x, b = -2y, n = 3 \\ (x - 2y)^3 &= \sum_{i=0}^3 {}_3C_i \cdot x^{3-i} \cdot (-2y)^i \\ &= {}_3C_0(x)^{3-0}(-2y)^0 + {}_3C_1(x)^{3-1}(-2y)^1 + {}_3C_2(x)^{3-2}(-2y)^2 + {}_3C_3(x)^{3-3}(-2y)^3 \\ &= 1x^3 + 3x^2(-2y) + 3x(4y^2) + 1x^0(-8y^3) \\ &= x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3 \end{aligned}$$

C. MENGHITUNG BESARNYA SUKU Ke - r

Menghitung besarnya suku ke -r dari $(a + b)^n =$

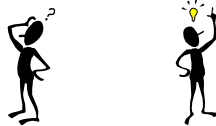
$$C(n,r - 1) \cdot a^{n-r+1} \cdot b^{r-1}$$

Contoh :

Hitunglah suku ke - 3 dari $(x - 2y)^4!$

Jawab : $a = x, b = -2y, n = 4, r = 3$
 $= C(4, 3-1) \cdot x^{4-3+1} \cdot (-2y)^{3-1}$
 $= C(4, 2) \cdot x^2 \cdot (-2y)^2$
 $= 6 \cdot x^2 \cdot 4y^2$
 $= 24x^2y^2$

Jadi suku ketiga adalah $24x^2y^2$



III..KEJADIAN DAN PELUANG SUATU KEJADIAN

A. PERCOBAAN DAN HASILNYA

Hasil suatu percobaan pelemparan mata uang / dadu dituliskan dengan notasi himpunan. Misalkan muncul angka ditulis $\{A\}$ dan muncul gambar ditulis $\{G\}$.

Contoh : Kejadian munculnya mata dadu genap pelemparan mata dadu bermata 6 satu kali adalah $\{2,4,6\}$

B. RUANG CONTOH ATAU RUANG SAMPEL

1. Ruang contoh / ruang sampel adalah himpunan dari semua hasil yang mungkin pada suatu percobaan. Ruang contoh dilambangkan dengan S
2. Titik contoh adalah anggota dari ruang contoh.

Contoh :

Percobaan melempar dadu bermata 6 sebanyak satu kali, hasil yang mungkin ditulis dengan $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$. Ruang contoh / Sampelnya adalah $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ dan titik sampelnya adalah $1,2,3,4,5,6$.

C. FREKUENSI RELATIF

$$\text{Frek. relatif kejadian } X = \frac{\text{banyaknya kejadian } X}{\text{banyaknya percobaan}}$$

Contoh : Pelemparan mata uang logam sebanyak 20 kali, didapatkan munculnya gambar sebanyak 5 kali. Frek. Relatifnya $= \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

D. DEFINISI PELUANG SECARA EMPIRIK

Peluang suatu kejadian dari suatu percobaan adalah bilangan yang didekati frekuensi relatifnya apabila banyak percobaan terus diperbanyak.

E. DEFINISI PELUANG SECARA KLASIK

Jika A adalah suatu kejadian, S = ruang sampel suatu percobaan, maka

$$\text{Peluang Kejadian } A = P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Contoh :

- 1). Berapa peluang munculnya mata dadu genap dari pelemparan sebuah mata dadu bermata 6 ?

Jawab : $P(\text{genap}) = \frac{n(\text{genap})}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- 2). Bilangan asli prima antara 1 s.d 9 diambil secara acak. Berapa peluang munculnya bilangan prima ?

Jawab : $P(\text{Prima}) = \frac{4}{9}$

- 3). Sebuah kotak berisi 5 bola putih dan 3 bola merah. Dari kotak tersebut diambil sebuah bola secara acak. Berapa peluang terambilnya 1 bola putih dan 1 bola merah ?

Jawab : $P(\text{putih}) = \frac{5}{8}, P(\text{merah}) = \frac{3}{8}$

- 4). Suatu kotak berisi 7 manik yang terdiri dari 4 manik berwarna merah, 3 manik berwarna putih. Jika dari kotak diambil 3 manik secara acak, berapa peluang terambilnya :

- a. semua merah
- b. 2 merah & 1 putih

- b. semua putih
- d. 1 merah dan 2 putih

Jawab :

Dari 7 manik diambil 3, maka jumlah ruang sampelnya

ada ${}_7C_3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = 35$ buah

a. ${}_4C_3 = \frac{4!}{3!1!} = 4$ cara $\Rightarrow P(M) = \frac{4}{35}$

b. ${}_3C_3 = 1$ cara $\Rightarrow P(P) = \frac{1}{35}$

c. 2 manik merah $\Rightarrow {}_4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$ cara

1 manik putih $\Rightarrow {}_3C_1 = \frac{3!}{1!2!} = 3$ cara

maka dapat dilaksanakan $6 \times 3 = 18$ cara. Peluang $(2M,1P) = \frac{18}{35}$

d. 1 manik merah $\Rightarrow {}_4C_1 = \frac{4!}{1!3!} = 4$ cara

2 manik putih $\Rightarrow {}_3C_2 = \frac{3!}{2!1!} = 3$ cara

maka dapat dilaksanakan $3 \times 4 = 12$ cara. Peluang $(1M,2P) = \frac{12}{35}$

F. KISARAN PELUANG

Suatu peluang kejadian A ($P(A)$ memiliki kisaran $0 \leq P(A) \leq 1$. Jika $P(A) = 0$ berarti kejadian *mustahil*, sedangkan $P(A) = 1$ berarti kejadian *pasti*.

G. FREKUENSI HARAPAN SUATU KEJADIAN

Yaitu hasil kali dari banyaknya percobaan dengan Peluang Kejadian tersebut :

$$F_h(A) = N \times P(A)$$

Dengan N = banyaknya percobaan.

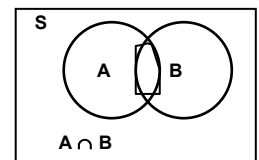
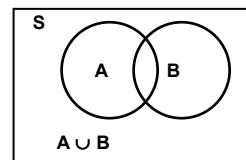
Contoh :

Sebuah dadu dilempar 30 kali. Berapa frekuensi munculnya angka 4 ?

Jawab : $F_h(4) = 300 \times \frac{1}{6} = 50$ kali

H. KEJADIAN MAJEMUK

Dalam teori kejadian, kejadian majemuk adalah gabungan dari kejadian - kejadian sederhana, maka dapat digambarkan dalam diagram Venn :



1 PELUANG GABUNGAN DUA KEJADIAN

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Contoh :

Terdapat data penduduk suatu RT :

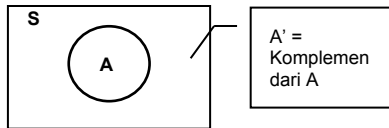
20 % penduduk memiliki TV, 40 % penduduk memiliki radio, dan 15% penduduk memiliki TV dan radio. Jika diambil satu orang secara acak, berapa peluang ia memiliki TV atau radio ?

Jawab : $P(\text{TV}) = \frac{20}{100}, P(\text{Radio}) = \frac{40}{100}, P(\text{TV} \cap \text{Radio}) = \frac{15}{100}$, maka :

$$\begin{aligned} P(\text{TV} \cup \text{R}) &= P(\text{TV}) + P(\text{R}) - P(\text{TV} \cap \text{R}) \\ &= \frac{20}{100} + \frac{40}{100} - \frac{15}{100} \\ &= \frac{45}{100} = \frac{9}{20} \end{aligned}$$

2 PELUANG KOMPLEMEN SUATU KEJADIAN

Jika A adalah suatu kejadian, maka A' adalah komplemen kejadian A dan S = ruang sampel kejadian, maka diagram Venn - nya sebagai berikut :



Maka berlaku :

$$P(A) + P(A') = 1 \text{ atau } P(A') = 1 - P(A)$$

Contoh :

- 1). Dadu bermata 6 dilempar sekali. Berapa peluang kejadian munculnya bilangan bukan 2 ?

Jawab :

misalkan A = kejadian munculnya bil.2, dan A' = kejadian munculnya bilangan bukan 2. Maka $P(A) = 1/6$, dan $P(A') = 1 - 1/6 = 5/6$

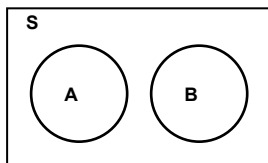
- 2). Suatu pengamatan dalam 30 hari, banyaknya hari hujan ada 18 hari . Berapa peluang kejadian tidak hujan dalam waktu 30 hari itu ?

Jawab :

mis. A = kejadian hujan, dan A' = kejadian tidak hujan, maka :

$$P(A) = 18/30 = 3/5 \text{ dan } P(A') = 1 - 3/5 = 2/5$$

3 PELUANG DUA KEJADIAN SALING LEPAS



Dua kejadian saling lepas / asing jika kejadian A dan kejadian B tidak dapat berlangsung seara bersamaan, jadi tidak ada anggota persekutuan dari kedua kejadian tersebut. Biasanya dalam pertanyaan terdapat kata "atau".

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Contoh :

Sebuah dadu dilempar sekali. Berapa peluang munculnya bilangan ≤ 2 atau ≥ 5 ?

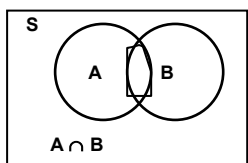
Jawab :

$$A = \text{kejadian munculnya bil. } \leq 2 \Rightarrow P(A) = 2/6$$

$$B = \text{kejadian munculnya bil. } \geq 5 \Rightarrow P(B) = 2/6$$

$$\text{Maka } P(A \cup B) = 2/6 + 2/6 = 4/6 = 2/3$$

4 KEJADIAN SALING BEBAS



Dua kejadian disebut kejadian saling bebas jika kejadian yang satu tidak dapat mempengaruhi muncul atau tidaknya kejadian yang lainnya. Jadi dapat saja terjadi kejadian A dan kejadian B muncul bersamaan., Biasanya terdapat kata "dan". Jadi di sini, ada anggota persekutuan.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Jika $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$, maka kita sebut Kejadian A dan Kejadian B tidak saling bebas.

Contoh :

Dua buah dadu dilempar bersamaan. Berapa peluang munculnya mata 4 pada dadu merah dan mata 4 pada dadu hijau ?

Jawab :

		Dadu Hijau					
		1	2	3	4	5	6
Dadu Merah	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
Dadu Merah	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
Dadu Merah	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

A irisan B

$$P(A) = P(4M) = 6/36 = 1/6$$

$$P(B) = P(4Hi) = 6/36 = 1/6$$

$$P(A \cap B) = P(4M, 4Hi) = 1/36$$

$$\text{Bila kita cek, } P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= 1/6 \times 1/6$$

$$= 1/36 \text{ (kej. saling bebas)}$$

Secara ringkas, pola pikir yang kita pakai adalah :

Syarat	Rumus	Istilah	Kata
$A \cap B = \emptyset$	$P(A) + P(B)$	Slg. Lepas	"dan"
$A \cap B \neq \emptyset$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	Slg. bebas	"atau"
$A \cap B \neq \emptyset$	$P(A \cup B) \neq P(A) + P(B)$	Tidak saling bebas	"atau"
Berlaku :	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$		

5 MENGHITUNG KEJADIAN BERSYARAT

Peluang munculnya kejadian A dengan syarat kejadian B telah muncul adalah :

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ dengan } P(B) \neq 0$$

Contoh :

Sebuah dadu bersisi 6 dilempar sekali. Berapa peluang munculnya bilangan genap kalau diketahui telah muncul bilangan prima ?

Jawab :

$$A = \text{kejadian muncul bil.genap, maka } A = \{2,4,6\} \Rightarrow P(A) = 3/6$$

$$B = \text{kejadian muncul bil.prima, maka } B = \{2,3,5\} \Rightarrow P(B) = 3/6$$

$$P(A \cap B) = 1/6$$

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ dengan } P(B) \neq 0$$

$$P(A | B) = \frac{1/6}{3/6} = \frac{1}{3}$$

Sedangkan peluang munculnya kejadian B dengan syarat kejadian A telah muncul adalah :

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \text{ dengan } P(A) \neq 0$$

Contoh :

Tiga keping mata uang dilempar sekaligus sekali. Misalkan : A = kejadian muncul sekurang-kurangnya dua sisi gambar . B adalah kejadian munculnya mata uang pertama sisi gambar. Berapakah $P(B | A)$?

Jawab :

$$A = \{(G,G,A), (A,G,G), (G,A,G), (G,G,G)\} \Rightarrow P(A) = 4/8$$

$$B = \{(G,G,A), (G,A,G), (G,A,A), (G,G,G)\} \Rightarrow P(B) = 4/8$$

$$\text{Jadi } P(A \cap B) = 3/8$$

$$P(B|A) = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{4}{8}} = \frac{3}{4}$$

